

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của các biểu thức: $\frac{5}{\sqrt{5}}$ và $\frac{5}{2+\sqrt{3}}$.

b) Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{ab} - 2\sqrt{b^2}}{b} - \sqrt{\frac{a}{b}}$, trong đó $a \geq 0, b > 0$.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình : $x^2 + 2x - 35 = 0$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

Bài 3. (2,5 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A (1; 1), B (2; 0) và độ thị (P) của hàm số $y = -x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Gọi d là đường thẳng đi qua B và song song với đường thẳng OA. Chứng minh rằng đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt C và D. Tính diện tích tam giác ACD (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh AB lấy điểm N (N khác A và B), trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $BN = AM$. Gọi P là giao điểm của BM và CN.

a) Chứng minh $\triangle BNC = \triangle AMB$.

b) Chứng minh rằng AMPN là một tứ giác nội tiếp.

c) Tìm quỹ tích các điểm P khi N di động trên cạnh AB.

BÀI GIẢI

Bài 1.

a) $\frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$$\frac{5}{2+\sqrt{3}} = \frac{5(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{10-5\sqrt{3}}{4-3} = 10-5\sqrt{3}$$

b) $A = \frac{\sqrt{ab} - 2\sqrt{b^2}}{b} - \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - 2 - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -2$ với $a \geq 0, b > 0$

Bài 2. a) $x^2 + 2x - 35 = 0$ (1)

$$\Delta' = 1 + 35 = 36 = 6^2$$

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow x = -1 - 6 \text{ hay } x = -1 + 6$$

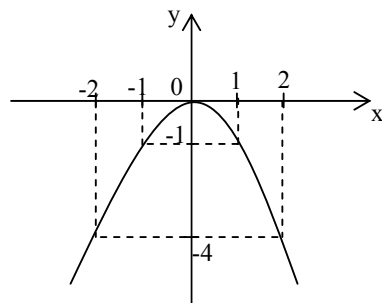
$$\Leftrightarrow x = -7 \text{ hay } x = 5$$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 2 & \text{(a)} \\ x + 2y = 8 & \text{(b)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y = -14 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \quad \text{(a)-2(b)}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 8 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

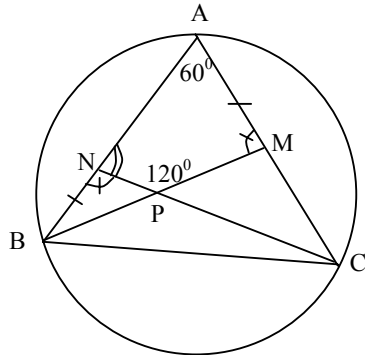
Bài 3.

a) Vẽ đồ thị :



- b) Phương trình đường thẳng OA có dạng $y = ax$, thế tọa độ A vào ta có $1 = a$
 vì $d \parallel OA$ nên phương trình đường thẳng d có dạng $y = x + b$
 d qua B (2; 0) $\Rightarrow 0 = 2 + b \Rightarrow b = -2$
 \Rightarrow phương trình d là $y = x - 2$
 + Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: $-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = x_C = 1$ hay $x = x_D = -2$ (vì $a + b + c = 0$)
 $\Rightarrow y_C = 1 - 2 = -1$ và $y_D = -2 - 2 = -4$
 Ta có: $x_A = x_C \Rightarrow AC$ vuông góc với Ox
 $\Rightarrow S_{ACD} = \frac{1}{2} |x_C - x_D| \cdot |y_A - y_C| = \frac{1}{2} (x_C - x_D)(y_A - y_C) = \frac{1}{2} (1 + 2)(1 + 1) = 3$
 Vậy $S_{ACD} = 3 \text{ cm}^2$

Bài 4.



- a) Chứng minh: $\triangle BNC = \triangle AMB$

$$\begin{cases} BN = AM \\ \widehat{B} = \widehat{A} = 60^\circ \\ BC = AB \end{cases} \Rightarrow \triangle AMB = \triangle BNC \text{ (c - g - c)}$$
- b) Chứng minh tứ giác ANPM nội tiếp

$$\begin{cases} \widehat{BNC} = \widehat{AMB} \text{ (}\triangle AMB = \triangle BNC\text{)} \\ \widehat{BNC} + \widehat{ANP} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{AMB} + \widehat{ANP} = 180^\circ \Rightarrow \text{đpcm.}$$
- c) Quỹ tích điểm P khi N di động trên cạnh AB
 Tứ giác ANPM nội tiếp và $\widehat{A} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{NPM} = 120^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{BPC} = 120^\circ$
 BC cố định
 \Rightarrow P luôn nhìn BC với góc 120° không đổi. Nên khi N di động trên AB thì quỹ tích P là cung chứa góc 120° dựng trên đoạn BC.
 + Giới hạn quỹ tích:
 Khi N trùng B thì P trùng B
 Khi N trùng A thì P trùng C
 Vậy quỹ tích điểm P là cung BC, nằm trên nửa mặt phẳng chứa điểm A có bờ là đường thẳng BC.

TS. Nguyễn Phú Vinh – Lê Quang Minh
 (TT Bồi dưỡng văn hóa và Luyện thi Đại học Vĩnh Viễn)